Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
19.01.2018.

VI РАЗРЕД

1. Одреди x ако је
$$|x+10|+|-10|=|10-40|-|-5|.$$

2. Израчунај
$$-(3-4)-(-(5-6)+7-8)-((-9)+(-10)).$$

3. Број a при дељењу бројем 7 даје остатак 3, а број b при дељењу са 7 даје остатак 5. Одреди остатак при дељењу:
а) збира $a+b$ бројем 7;
б) производа $4 \cdot a$ бројем 7.

4. Два друга, Марко и Илија, кренули су један другом у сусрет, идући једнаким сталним брзинама. Марко је пошао у 10 часова из Јасенова и у 15 часова стигао у Брестово, а Илија је пошао у 11 часова из Брестова и у 16 часова стигао у Јасеново. У колико сати су се они мимоишли?

5. Одреди најмањи природан број чији збир остатака при дељењу са прва четири проста броја износи 13.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**ML 52/1**) $|x + 10| + 10 = 30 - 5$; $|x + 10| = 15$ [**5 бодова**]; $x + 10 = 15$ или $x + 10 = -15$; $x = 5$ или $x = -25$ [1 решење: 5 бодова, оба решења: 15 бодова].

2. (**ML 52/1**) $-(3 - 4) - (-(5 - 6) + 7 - 8) - ((-9) + (-10)) =$
$1 - (1 - 1) - (-19) = 1 + 19 = 20$ [**20 бодова**].

3. (**ML 51/5**) а) Из услова задатка следи да је $a = 7 \cdot m + 3$ и $b = 7 \cdot n + 5$ за неке целе бројеве m и n. Онда је $a + b = 7 \cdot m + 3 + 7 \cdot n + 5 = 7 \cdot (m + n) + 8 = 7 \cdot (m + n + 1) + 1$, па је тражени остатак једнак 1 [**10 бодова**].
б) $4 \cdot a = 4 \cdot (7 \cdot m + 3) = 28 \cdot m + 12 = 7 \cdot (4 \cdot m + 1) + 5$, па је тражени остатак једнак 5 [**10 бодова**].

4. Брзине двају дечака су једнаке и сваки од њих за 1 час прелази једну петину растојања између два села. Марко је за 1 час (до 11 часова) прешао једну петину растојања, а затим до сусрета са Илијом још две петине растојања, колико и Илија. Дакле, они су се мимоишли у 13 часова [**20 бодова**].

5. Прва четири проста броја су 2, 3, 5 и 7 [**2 бода**]. Највећи могући остаци које неки број може имати при дељењу са њима су, редом, 1, 2, 4 и 6, па збир тих остатака може бити једнак 13 једино у случају да код броја N који тражимо они имају управо те вредности [**3 бода**]. Одатле следи да је $N + 1$ дељиво са 2, 3, 5 и 7, тј. са $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$ [**10 бодова**]. Најмање такво N је $N = 210 - 1 = 209$ [**5 бодова**].